



## 实验1 微积分运算(一) 极限运算

本文档练习使用Mathcad,

1. 计算数列的极限.
2. 计算函数的极限.

- 计算极限时, 首先使用热键 **Ctrl+L** 输入极限符号.
  - 在极限符号的各占位符处输入表达式和变化过程.
  - 使用热键 **Ctrl+>** 执行符号运算. 符号  $\rightarrow$  为符号运算“等号”.
- 切记极限运算中不可直接使用“=”.

$$1. (1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \rightarrow \exp(1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{-3 \cdot n} \rightarrow \exp(-3) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{a \cdot n} \rightarrow \exp(a)$$

$$(2) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} \cdot \sin(n!)}{n+1} \rightarrow 0 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n) \rightarrow \frac{1}{2} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^2}}{\sqrt[3]{n^2 + k} - \sqrt[3]{n^2}} \rightarrow \frac{1}{k}$$

$$(3) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \rightarrow \frac{1}{2} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{1}{(n+k)^2} \rightarrow 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3}) \rightarrow \frac{5}{2} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + 2^n + 3^n} \rightarrow 3$$

$$2. (1) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{5}{1-x^3} \right) \rightarrow -2 \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \sin(x) \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right) \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2+3 \cdot x}{3+3 \cdot x} \right)^{x+1} \rightarrow \exp\left(\frac{-1}{3}\right) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2}{\pi} \cdot \operatorname{atan}(x) \right)^x \rightarrow \exp\left(\frac{-2}{\pi}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan(x)} - \sqrt{\sin(x) + 1}}{x^3} \rightarrow \frac{1}{4} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \cdot \tan(x)^2)^{\cot(x)^2} \rightarrow \exp(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2} \rightarrow \exp(2) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sec(x)^2 - 2 \cdot \tan(x)}{1 + \cos(4 \cdot x)} \rightarrow \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln(x+1)} \rightarrow 1 \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan(x)^{2 \cdot x - \pi} \rightarrow 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp(x^3) - 1}{1 - \cos[\sqrt{x \cdot (1 - \cos(x))}]} \rightarrow 4$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^3} \cos(t^2) dt}{\int_0^x t^2 \cdot \exp(-t^2) dt} \rightarrow 3$$